

Demonstratia matematica a valorii socului in coarda de alpinism : (n.n. NU si la via ferrata!)

Avem : $E\rho = m g h$ (energia potentiala de cadere)

Si : $L = F \times \Delta l$ (lucrul mecanic de intindere a corzii)

Deoarece $E\rho = L$

$$\Rightarrow m g h = F \times \Delta l$$

Dar $h = 2l$ (caz extrem – **factor 2** –)

$$\text{Deci : } m g \times 2l = F \times \Delta l$$

$$\text{de unde } \Rightarrow F = 2 m g \frac{l}{\Delta l}$$

$$\text{Dar totodata : } \frac{F}{s} = E \frac{\Delta l}{l} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{s E} \quad \Rightarrow \quad \frac{l}{\Delta l} = \frac{s E}{F} \quad (\text{legea deformarii elastice})$$

$$\text{Inlocuim } \frac{l}{\Delta l} \text{ in } F \text{ si obtinem : } F = 2 m g \frac{s E}{F} ; \text{ sau } F^2 = 2 m g s E$$

$$\text{Adica : } F = \sqrt{2 g} \times \sqrt{m s E} \quad (\text{formula socului in coarda})$$

Sau inca : $F \cong 4,43 \sqrt{m \cdot s \cdot E}$ (socul in caz de cadere extrema – pe sectiune de coarda : <mm>)

SAU, daca introducem *diametrul* corzii , atunci : $s = \frac{\pi d^2}{4}$ si, inlocuind in formula lui “F” (de mai sus)

$$\text{obtinem varianta : } F = 4,43 \sqrt{m E \frac{\pi d^2}{4}} ; \text{ adica : } F = 4,43 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \times d \times \sqrt{m E}$$

Sau inca : $F \cong 3,92 \cdot d \cdot \sqrt{m \cdot E}$ (socul in caz de cadere extrema –pe diametru de coarda : <mm>)

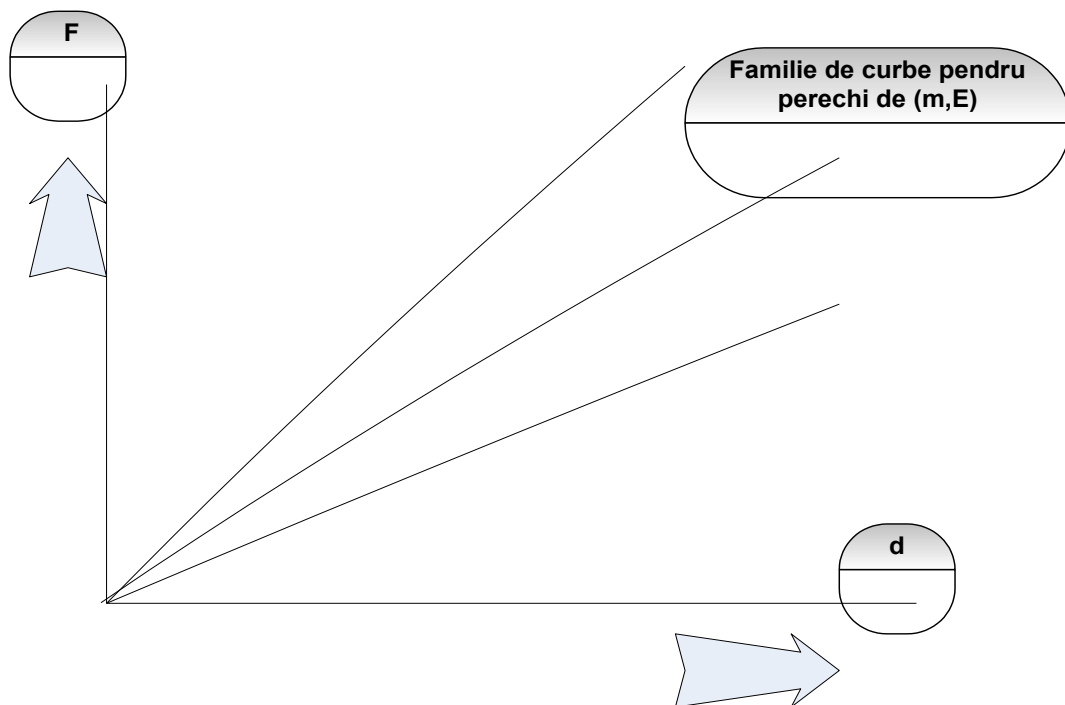
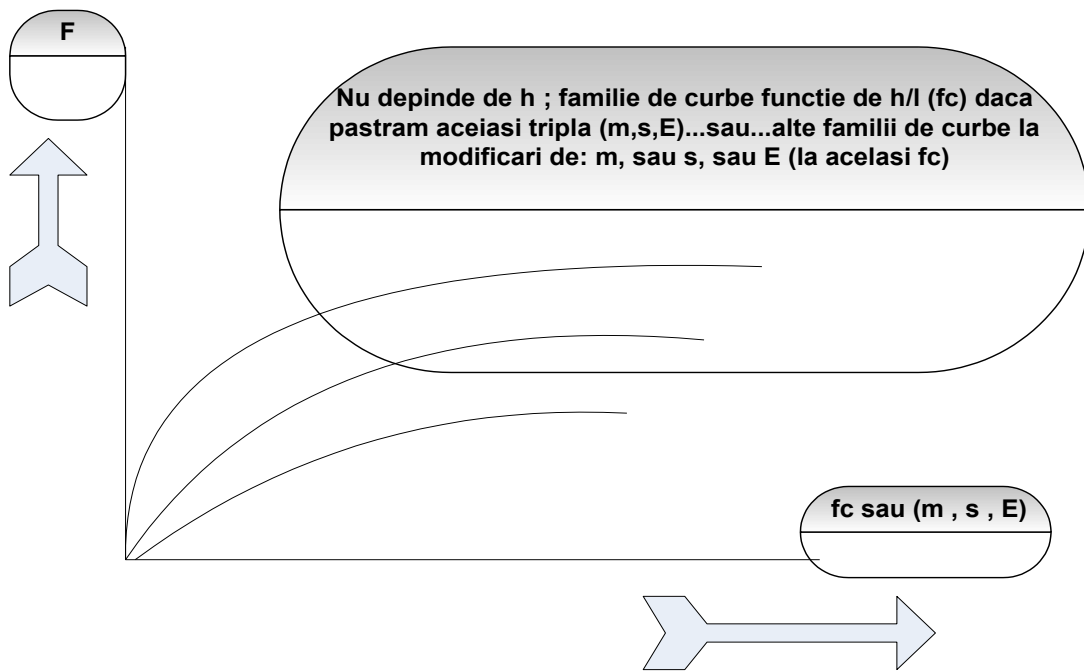
(varianta *optionala* , a formulei de baza)

DACA INSA, caderea nu e extrema, ci, **de ex.**: $h = l$ (**factor 1**) atunci, formula lui “F” devine :

$$F = \sqrt{g} \cdot \sqrt{m s E} \quad \text{sau inca : } F \cong 3,13 \sqrt{m \cdot s \cdot E} \quad (\text{deci coeficientul formulei a scazut de la } 4,43 \text{ la } 3,13 \text{ cand factorul de cadere a scazut de la } 2 \text{ la } 1 \text{ –raportul fiind aprox. } 1,42 \text{ pentru } 4,43 : 3,13\text{-})$$

FACTORUL DE CADERE este deci **definit** ca fiind : $f c = \frac{h}{l}$ si avand valori cuprinse intre **0** (efort static) si **2** (cadere extrema) , si, determinand coeficientul numeric din fata radicalului (din formula pentru “F”).

Obs. : raportul invers patratric al coeficientilor ($\sqrt{2/1} \cong 1,42$) **confirma** formula “invers patratric” (radicalul) pentru calculul lui “F “. Lucrul acesta se poate evidentia si mai bine dpdv intuitiv, prin cele doua grafice ce urmeaza :



Graficile socului in coarda de alpinism functie de diversi parametrii si conditii de soc

Si, pentru comparatie.....

16.

$$\Delta \frac{1}{l} = \frac{F}{SE}$$

și o înlocuim în formula /1/ obținem:

$$F = 2mg \frac{SE}{E}, \text{ sau } F^2 = 2 mgsE$$

adică: $F = \sqrt{2g} \cdot \sqrt{mSE}$, sau altfel:

$$F = K_1 \cdot \sqrt{mSE} / K_1 = 4,43 / - / 2 / -$$

formulă care ne dă expresia efortului de întindere, deci implicit efortul la care este supus alpinistul la oprirea căderii. Cea mai importantă observație este că în expresia forței nu intervine "h", adică nu contează de la ce înălțime are loc căderea, DACĂ COARDA RĂMÂNE ÎN LIMITA DE ELASTICITATE, deoarece căzind de la o înălțime mai mare și alungirea corzii va fi mai mare, deci frînarea se va face pe un spațiu mai lung, șocul rămânând același.

În schimb efortul crește invers pătratic cu masa celui care cade /m/, cu secțiunea corzii /S/ sau cu rigiditatea corzii /E/ graficul fiind o parabolă:

17.

Deci, e bine să fi cât mai ușor și să ai o coardă cât mai subțire și mai elastică, sau și mai bine să nu caz de loc.

Se mai desprinde de aici și o concluzie pentru escalada la coardă dublă: în caz că ambele corzi sunt introduse în aceeași carabinieră, secțiunea se dublează efortul de întindere în caz de cădere creștând cu $\sqrt{2} = 1,41$, deci un șoc de aproape o dată și jumătate mai mare. Excepție poate face primul piton de la plecare, deci primul după asigurarea secindului, prin care se pot trece ambele corzi în scopul de a nu trage de secund în două direcții diferite.

De fapt unul din avantajele cățărării la coardă dublă este și acela că permite folosirea de corzi mai subțiri (două corzi de 9 mm au un șoc mai mic decât singură coardă de 13 mm la același grad de securitate dacă nu chiar mai mare).

Și acest lucru poate fi argumentat matematic:

Fie secțiunea: $S = \frac{\pi}{4} d^2$ (unde "d" e diametrul corzii)

Înlocuind-o în formula -/2/- se obține:

$$F = K_1 \cdot \sqrt{mSE} = K_1 \cdot \sqrt{m \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \cdot E} = K_1 \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot d \cdot \sqrt{mSE} = K_2 \cdot d$$

deci: $F = K_2 \cdot d$ ($K_2 \approx 3,92$) -/3/ (m, E)

cu alte cuvinte forța crește liniar cu diametrul corzii, graficul fiind o dreaptă:

18.

Dei raportul diametrelor da direct raportul de amplificare a șocului în coardă

Concluzii:

Deci dacă ne referim la exemplul două corzi de 9 mm și una de 13 mm (în care presupunem că cele două corzi nu se întind echocitent și eventual pe rând) șocul la coardă simplă crește de $\frac{13}{9} = 1,44$, deci aproape o dată și jumătate mai mare, și chiar dacă prima coardă se rupe, o bună parte din energia de cădere este consumată pentru rupere, pentru cealaltă coardă revenind o sarcină mult mai ușoară.

Asta bineînțeles dacă asigurările la coardă dublă au fost corect făcute. Dar despre asigurări poate vom vorbi cu altă ocazie.

(Iata articolul original, din urma cu 30 de ani... dar, demonstratia o stiam de prin anii '70, din studentie)